



KARTA OPISU PRZEDMIOTU - SYLABUS

Nazwa przedmiotu

Algebra liniowa z geometrią analityczną II [S1MNT1>ALzGA2]

Przedmiot

Kierunek studiów

Matematyka nowoczesnych technologii

Rok/Semestr

1/2

Studia w zakresie (specjalność)

–

Profil studiów

ogólnoakademicki

Poziom studiów

pierwszego stopnia

Język oferowanego przedmiotu

polski

Forma studiów

stacjonarne

Wymagalność

obligatoryjny

Liczba godzin

Wykład

30

Laboratorium

0

Inne

0

Ćwiczenia

30

Projekty/seminaria

0

Liczba punktów ECTS

5,00

Koordynatorzy

prof. dr hab. inż. Paweł Kolwicz
pawel.kolwicz@put.poznan.pl

Wykładowcy

Wymagania wstępne

Wiadza z algebry liniowej i geometrii analitycznej z semestru pierwszego tego przedmiotu. Umiejętność stosowania rachunku macierzowego, rozwiązywania układów równań liniowych, wykorzystywania rachunku wektorowego w geometrii analitycznej, stosowania podstawowych pojęć teorii przestrzeni liniowej i operatorów liniowych. Ma świadomość potrzeby poszerzania swoich kompetencji, gotowość do podjęcia współpracy.

Cel przedmiotu

Zdobycie umiejętności analizy określoności formy kwadratowej (dwuliniowej). Poznanie podstawowych pojęć dla przestrzeni z iloczynem skalarnym (w szczególności pojęcia bazy ortogonalnej). Rozpoznawanie krzywych oraz powierzchni stopnia drugiego. Poznanie wybranych elementów geometrii różniczkowej krzywych.

Przedmiotowe efekty uczenia się

Wiedza:

- ma wiedzę nt. formy dwuliniowej (kwadratowej), macierzy formy, iloczynu skalarnego, bazy ortogonalnej, krzywej stopnia 2 (okręgu, paraboli, hiperboli, elipsy), powierzchni stopnia 2 (walca, stożka,

paraboloidy, hiperboloidy), pojęcia okręgu ściśle stycznego [K_W01(P6S_WG), K_W03(P6S_WG)];

- ma wiedzę nt. dowodów ważniejszych, wybranych twierdzeń lub idei dowodów z powyższego zakresu [K_W01(P6S_WG)].

Umiejętności:

- ma umiejętność znajdowania macierzy form kwadratowych (dwuliniowych) w wybranych bazach, badania określoności form kwadratowych, obliczania iloczynu skalarnego oraz normy w przestrzeni euklidesowej [K_U01(P6S_UW)];
- potrafi stosować twierdzenia służące rozpoznawaniu krzywych i powierzchni stopnia drugiego, znajdować równanie okręgu ściśle stycznego do krzywej, wyznaczać obwiednię rodziny krzywych dla łatwych przykładów [K_U01(P6S_UW)].

Kompetencje społeczne:

- potrafi myśleć i działać w sposób matematycznie poprawny w obszarze algebry liniowej i geometrii analitycznej [K_K01(P6S_KK)];
- zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia, rozumie konieczność systematycznej pracy [K_K02(P6S_KK)].

Metody weryfikacji efektów uczenia się i kryteria oceny

Efekty uczenia się przedstawione wyżej weryfikowane są w następujący sposób:

Wykłady: próg zaliczeniowy: 50% punktów; zagadnienia na egzamin, na podstawie których opracowywane są pytania zostaną przesłane studentom drogą mailową z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych;

- ocena wiedzy i umiejętności na egzaminie pisemnym sprawdzającym znajomość pojęć oraz umiejętność dowodzenia twierdzeń i i ilustrowania teorii przykładami (możliwe także krótkie zadania praktyczne);
- -uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność podczas zajęć, w tym za przedstawienie referatów (omawiających dodatkowe aspekty zagadnień, w szczególności zastosowanie omawianej teorii w innych naukach lub nawiązanie do umiejscowienia w historii matematyki) oraz za uwagi dotyczące udoskonalenia materiałów dydaktycznych.

Ćwiczenia: wiedza nabyta w ramach ćwiczeń jest weryfikowana przez dwa kolokwia realizowane w ok. 7 i 15 tygodniu (alternatywnie 1 test na koniec semestru); próg zaliczeniowy: 50% punktów; zasady zaliczania przedmiotu i dokładne progi zaliczeniowe zostaną przekazane studentom na początku semestru z wykorzystaniem uczelnianych systemów elektronicznych;

- ocenianie ciągle - premiowanie aktywności (dodatkowe punkty) przejawiającej się w dyskusji oraz we współpracy przy rozwiązywaniu zadań praktycznych;
- ocenianie ciągle - premiowanie przyrostu umiejętności posługiwania się poznanymi technikami;
- -uzyskiwanie punktów dodatkowych za aktywność podczas zajęć, w tym za przedstawienie referatów (omawiających dodatkowe aspekty zagadnień, w szczególności zastosowanie omawianej teorii w innych naukach lub nawiązanie do umiejscowienia w historii matematyki) oraz za uwagi dotyczące udoskonalenia materiałów dydaktycznych;
- aktywny udział w konsultacjach pogłębiający wiedzę oraz ukierunkowujący dalszą pracę.

Treści programowe

Aktualizacja: 01.06.2024r.

Wykłady:

zagadnienia teoretyczne (definicje, lematy, twierdzenia, wnioski, algorytmy) oraz odpowiednie przykłady dla zagadnień:

formy dwuliniowej, formy kwadratowej, iloczyn skalarny i przestrzeni z iloczynem skalarnym, krzywe algebraiczne i przestępne, okrąg, elipsa, hiperbola, parabola, powierzchnie stopnia drugiego, geometria różniczkowa krzywych

Ćwiczenia: rozwiązywanie zagadnień praktycznych ilustrujących omawiane pojęcia oraz przykładowych problemów z wykorzystaniem aparatu teoretycznego z wykładu.

Tematyka zajęć

Wykłady:

zagadnienia teoretyczne (definicje, lematy, twierdzenia, wnioski, algorytmy) oraz odpowiednie przykłady dla zagadnień:

Formy dwuliniowe i kwadratowe

- definicja formy dwuliniowej, macierz formy dwuliniowej w bazie, rząd formy dwuliniowej, formy dwuliniowe symetryczne i antysymetryczne, definicja formy kwadratowej, twierdzenie o związku formy kwadratowej i odpowiedniej symetrycznej formy dwuliniowej, macierz formy kwadratowej, postać kanoniczna (diagonalna) formy kwadratowej, metoda Lagrange'a sprowadzania formy kwadratowej do postaci kanonicznej, rzeczywista forma kwadratowa w postaci normalnej, określoność formy kwadratowej, metoda Jacobiego sprowadzania do postaci kanonicznej, kryterium Sylwestera;

Przestrzenie z iloczynem skalarnym

- definicja iloczynu skalarnego, definicja przestrzeni euklidesowej, norma, nierówność Schwarz'a, kąt między wektorami przestrzeni euklidesowej, wektory ortogonalne, nierówność trójkąta, baza ortogonalna (ortonormalna), ortogonalność a liniowa niezależność wektorów, twierdzenie Grama-Schmidta o ortogonalizacji, twierdzenie o rozkładzie przestrzeni euklidesowej, identyczność równoległoboku;

Krzywe na płaszczyźnie

- krzywe algebraiczne i przestępne, postać parametryczna i biegunowa krzywej, współrzędne biegunowe, okrąg, elipsa, hiperbola, parabola - definicje, równania, parametry, kierownica hiperboli (elipsy), twierdzenie o mimośrodku dla elipsy i hiperboli, linia stopnia 2 - definicja, przykłady, równanie jednorodnego stopnia 2 - definicja i twierdzenie, twierdzenie podstawowe o liniach stopnia 2;

Powierzchnie stopnia drugiego

- powierzchnie stopnia drugiego, powierzchnie obrotowe, równania: elipsoidy obrotowej, hiperboloidy jedno- i dwupowłokowej, paraboloidy eliptycznej, stożka eliptycznego, definicja walca eliptycznego, hiperbolicznego i parabolicznego oraz paraboloidy hiperbolicznej, podział obiektów przestrzennych stopnia drugiego

Geometria różniczkowa

- obwódca rodziny krzywych, styczność krzywych, okrąg ściśle styczny, krzywizna krzywej płaskiej, wzory na środek i promień krzywizny, ewoluta i ewolwenta dla krzywej, krzywa w przestrzeni, prosta styczna i płaszczyzna normalna do krzywej, płaszczyzna ściśle styczna do krzywej, płaszczyzna prostująca, trójskian Freneta - równania trzech płaszczyzn i trzech prostych, krzywizna i skręcenie krzywej przestrzennej.

Ćwiczenia:

rozwiązywanie zagadnień praktycznych ilustrujących omawiane pojęcia oraz przykładowych problemów z wykorzystaniem aparatu teoretycznego z wykładu np.:

- wyznaczanie macierzy formy dwuliniowej w bazie, sprowadzenie do postaci kanonicznej (diagonalnej) formy kwadratowej metodą Lagrange'a lub Jacobiego;
- sprawdzanie ortogonalności wektorów, przeprowadzenie ortogonalizacji metodą Grama-Schmidta;
- sprawdzanie jaką linię przedstawia równanie stopnia drugiego metodą sprowadzania do pełnych kwadratów lub z wykorzystaniem twierdzenia, szkice wykresu krzywych stożkowych z uwzględnieniem ważnych elementów;
- sprawdzanie jaki obiekt przestrzenny stopnia drugiego przedstawia równanie metodą sprowadzania do pełnych kwadratów lub z wykorzystaniem twierdzenia, szkice wykresu powierzchni stopnia drugiego metodą przekrojów płaszczyznami;
- znajdowanie obwódki, okręgu ściśle stycznego, poszczególnych elementów trójskianu Freneta.

Metody dydaktyczne

Wykłady:

- wykład prowadzony na tablicy w sposób interaktywny z formułowaniem pytań do grupy studentów, wykład uzupełniony prezentacją komputerową;
- uwzględnia się aktywność studentów (przygotowanie referatów historycznych na temat matematyków związanych z przedstawianym materiałem, referaty na temat zastosowań algebry w naukach inżynierskich, przedstawianie dowodów pozostawionych do samodzielnego zrobienia) w czasie zajęć przy wystawianiu oceny końcowej;

- w trakcie wykładu inicjowanie dyskusji;
- teoria przedstawiana w powiązaniu z aktualną wiedzą studentów z poprzednich wykładów.

Ćwiczenia:

- rozwiązywanie przykładowych zadań na tablicy;
- szczegółowe recenzowanie rozwiązań zadań przez prowadzącego ćwiczenia i dyskusje nad komentarzami.

Literatura

Podstawowa:

- A. I. Kostrykin, Wstęp do algebry, cz.1 Podstawy algebry, PWN, Warszawa 2004;
- A. I. Kostrykin, Wstęp do algebry, cz.2 Algebra liniowa, PWN, Warszawa 2004;
- A. I. Kostrykin, Zbiór zadań z algebry, PWN, Warszawa 2005;
- T. Jurlewicz, Z. Skoczyła, Algebra liniowa 1, Wrocław 2003;
- T. Jurlewicz, Z. Skoczyła, Algebra liniowa 2, Wrocław 2005;
- F. Leja, Geometria analityczna, PWN, Warszawa 1961.

Uzupełniająca:

- H. Arodź, K. Rościszewski, Zbiór zadań z algebry i geometrii analitycznej dla fizyków, PWN, 1990.

Bilans nakładu pracy przeciętnego studenta

	Godzin	ECTS
Łączny nakład pracy	125	5,00
Zajęcia wymagające bezpośredniego kontaktu z nauczycielem	62	2,50
Praca własna studenta (studia literaturowe, przygotowanie do zajęć laboratoryjnych/ćwiczeń, przygotowanie do kolokwium/egzaminu, wykonanie projektu)	63	2,50